Il s'agit d'un cahier-outil dans lequel sont consignés faits numériques, procédures, règles, algorithmes… utilisés au fil des séances de calcul (calcul mental mais aussi techniques opératoires).

Afin de faciliter l'utilisation de ce cahier, on pourra prévoir plusieurs onglets :

- Répertoires de nombres : listes de résultats à mémoriser (tables, décompositions…) ;
- Opérations posées : algorithmes des techniques opératoires ;
- Règles de calcul : procédures de calcul immédiatement disponibles ;
- Calcul malin : analyse de procédures de calcul réfléchi.

Nous présentons ci-dessous quelques exemples de contenus des onglets concernant le calcul mental : *répertoires de nombres*, *règles de calcul*, *calcul malin.*

Répertoires de nombres

Dans cette partie, sont notés les faits numériques les plus fréquemment utilisés ainsi que des exemples de décompositions additives et multiplicatives de nombres. Ces répertoires servent de support aux activités de calcul automatisé.

On placera notamment dans cet onglet des « maisons de nombres », les tables d'addition et les tables de multiplication. On trouvera ci-dessous d'autres exemples.

« Maisons des nombres »

Nombres pairs

2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

Nombres impairs

1	3	5	7	9	11	13	15	19	21

Nombres de 5 en 5

5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
55	60	65	70	75	80	85	90	95	100

Décompositions additives des nombres (niveau CE1)

2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 + 1	2 + 1	***2 + 2***	**2 + 3** **4 + 1**	***3 + 3*** **5 + 1**	**5 + 2** 4 + 3 6 + 1	**5 + 3** ***4 + 4*** 7 + 1	**5 + 4**	***5 + 5*** **9 + 1** **2 + 8** **7 + 3** **4 + 6**
11	12	13	14	15	16	17	18	19
10 + 1	2 + 10 ***6 + 6***	10 + 3 **8 + 5**	4 + 10 ***7 + 7***	10 + 5	6 + 10 ***8 + 8***	7 + 10	10 + 8 ***9 + 9***	9 + 10

Le tableau ci-dessus ne présente pas toutes les décompositions possibles. Seules les décompositions à mémoriser sont présentées (les plus importantes sont en **caractères gras** ; les doubles sont en ***caractères gras et italique***). Dans ce tableau, le premier terme de la somme n'est volontairement pas toujours le nombre le plus petit.

Il appartiendra au maître d'exercer régulièrement ses élèves à utiliser la commutativité (5, c'est 2 et 3, c'est donc aussi 3 et 2), et à retrouver les décompositions non répertoriées à partir de celles présentes dans le tableau.

Exemple : À partir de l'écriture de 9 comme 5 + 4, on déduit l'écriture 7 + 2 en ajoutant 2 au premier terme et en retranchant 2 au second.

Répertoires additifs

Deux présentations possibles : dans un tableau à double entrée ou « en losange ». Cette deuxième présentation permet une lecture réciproque : par exemple, on trouve sur la ligne du 7 toutes les décompositions additives de 7 avec deux nombres à un chiffre.

Tableau des tables d'addition

+	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Répertoire additif en losange

2										1+1								
3									2+1		1+2							
4								3+1		2+2		1+3						
5							4+1		3+2		2+3		1+4					
6						5+1		4+2		3+3		2+4		1+5				
7					6+1		5+2		4+3		3+4		2+5		1+6			
8				7+1		6+2		5+3		4+4		3+5		2+6		1+7		
9			8+1		7+2		6+3		5+4		4+5		3+6		2+7		1+8	
10		9+1		8+2		7+3		6+4		5+5		4+6		3+7		2+8		1+9
11	**10+1**		9+2		8+3		7+4		6+5		5+6		4+7		3+8		2+9	
12	**10+2**			9+3		8+4		7+5		6+6		5+7		4+8		3+9		
13	**10+3**				9+4		8+5		7+6		6+7		5+8		4+9			
14	**10+4**					9+5		8+6		7+7		6+8		5+9				
15	**10+5**						9+6		8+7		7+8		6+9					
16	**10+6**							9+7		8+8		7+9						
17	**10+7**								9+8		8+9							
18	**10+8**									9+9								
19	**10+9**																	
20	**10+10**																	

Décompositions multiplicatives des nombres

Multiples de 3		Multiples de 4		Multiples de 6		Multiples de 7		Multiples de 8		Multiples de 9	
1 × 3	3	4 × 1	**4**	1 × 6	**6**	7 × 1	7	1 × 8	**8**	9 × 1	**9**
2 × 3	**6**	4 × 2	**8**	2 × 6	**12**	7 × 2	14	2 × 8	**16**	9 × 2	**18**
3 × 3	**9**	4 × 3	**12**	3 × 6	**18**	7 × 3	21	3 × 8	**24**	9 × 3	27
4 × 3	**12**	4 × 4	**16**	4 × 6	**24**	7 × 4	28	4 × 8	32	9 × 4	**36**
5 × 3	15	4 × 5	**20**	5 × 6	**30**	7 × 5	35	5 × 8	**40**	9 × 5	45
6 × 3	**18**	4 × 6	**24**	6 × 6	**36**	7 × 6	42	6 × 8	48	9 × 6	54
7 × 3	21	4 × 7	28	7 × 6	42	7 × 7	49	7 × 8	56	9 × 7	63
8 × 3	**24**	4 × 8	32	8 × 6	48	7 × 8	56	8 × 8	64	9 × 8	72
9 × 3	27	4 × 9	**36**	9 × 6	54	7 × 9	63	9 × 8	72	9 × 9	81
10×3	**30**	4×10	**40**	10×6	60	7×10	70	10×8	80	9×10	90

Lors des séances de calcul mental, le maître désignera le calcul à faire par une expression neutre « 7 par 6 ». Il appartiendra alors à l'élève qui n'a pas encore mémorisé le résultat de le reconstruire en l'interprétant comme « 7 fois 6 » ou bien « 6 fois 7 ».

Exemples :

- 7 fois 6, c'est 6 fois 6 (36) et encore 1 fois 6, c'est donc 42 ;
- ou bien 6 fois 7, c'est 7 fois 7 (49) et on enlève 7, c'est donc 42.

Les nombres écrits en **caractères gras** sont des nombres qui possèdent plusieurs décompositions multiplicatives.

Exemple : 24, c'est 8 × 3, 4 × 6, 3 × 8 …

Pour éviter de privilégier une seule écriture des multiples, on pourra choisir d'écrire le nombre dont on cherche les multiples en première ou en seconde position. On pourra choisir de ne pas faire figurer dans le cahier la table des multiples de 2 ni celle des multiples de 5 si la liste des nombres pairs et celle des nombres de 5 en 5 sont déjà présentes.

Portraits de nombres

Ces portraits de nombres ne présentent pas toutes les décompositions pour ne pas surcharger les écrits de référence et pour mettre en valeur les résultats à mémoriser prioritairement.

Les autres décompositions multiplicatives pourront être déduites des précédentes en utilisant notamment la commutativité (c'est pourquoi on évitera de toujours écrire le nombre inférieur en première position).

Quelques exemples de portraits de nombres :

24	25	28	30	36	45
12 × 2	**5 × 5**	2 × 14	**10 × 3**	3 × 12	**9 × 5**
4 × 6		**7 × 4**	2 × 15	**6 × 6**	…
3 × 8		…	**5 × 6**	**9 × 4**	
…			…	…	

48	49	60	72	81
2 × 24	**7 × 7**	2 × 30	36 × 2	**9 × 9**
8 × 6		15 × 4	**9 × 8**	…
…		5 × 12	…	
		…		

Les nombres pourront être choisis en fonction de l'utilité des décompositions proposées. Par exemple, on choisira le portrait de 60 parce qu'il y a 60 minutes dans une heure et qu'il y a 4 fois 15 minutes dans une heure. De même, il y a 4 semaines dans 28 jours.

On pourra aussi montrer que certains portraits présentent trois décompositions et d'autres une seule. Par exemple, nous avons retenu trois décompositions multiplicatives de 36, dont 3 × 12, c'est-à-dire 3 douzaines (d'œufs !).

Les décompositions multiplicatives figurant dans les tables apparaissent en caractères gras.

Afin d'aider les élèves à faire des liens entre les différentes décompositions possibles d'un même nombre, on pourra utiliser un seul et même tableau (addition, soustraction, multiplication, division).

2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1 + 1	2 + 1	***2 + 2***	**2 + 3** **4 + 1**	***3 + 3*** **5 + 1**	**5 + 2** 4 + 3 6 + 1	**5 + 3** ***4 + 4*** 7 + 1	**5 + 4**	***5 + 5*** **9 + 1** **2 + 8** **7 + 3** **4 + 6**
10 – 8	10 – 7	8 – 4	6 – 1 10 – 5	8 – 2	8 – 1 10 – 3	10 – 2	10 – 1	
2 × 1		2 × 2	5 × 1	2 × 3		2 × 4	3 × 3	2 × 5 5 × 2
4 : 2 10 : 5	15 : 5	8 : 2 20 : 5	10 : 2	12 : 2				

On pourra continuer la liste…

70	**500**	**600**	**100**	**1 000**
50 + 20 60 + 10	400 + 100	300 + 300 500 + 100	50 + 50	500 + 500
100 – 30	100 × 5	6 × 100	200 – 100	10 × 100
7 × 10			10 × 10 50 × 2 4 × 25	

Règles de calcul

Dans cet onglet sont notées des règles de calcul, c'est-à-dire des procédures de calcul à mémoriser (calcul automatisé). L'écriture de ces règles donne l'occasion d'expliciter les liens entre les différentes connaissances qui, pour beaucoup d'élèves, restent isolées. Par exemple, les règles sur les décimaux doivent être mises en lien avec les règles sur les entiers. Le cahier de calcul qui suit l'élève au cours du cycle facilite cette mise en lien.

Exemple 1

« Ajouter 1 » (ou « retrancher 1 »), c'est dire ou écrire le nombre suivant (ou précédent).

Exemple 2

Les multiples de 5 se terminent par 0 ou par 5.
Ou bien : Le chiffre des unités des multiples de 5 est 0 ou 5.

Exemple 3

Multiplier par 4, c'est doubler deux fois.

Exemple 4

Diviser par 5, c'est multiplier par 2 et diviser par 10.

Exemple 5

Quand on multiplie par 100, les chiffres se déplacent de deux colonnes vers la gauche dans le tableau de numération : le chiffre des unités devient celui des centaines, le chiffre des dizaines devient celui des milliers, etc.

Exemple : 15 × 100, c'est 15 centaines, donc 1500.

Si on multiplie par 100 un nombre décimal, déplacer les chiffres de deux colonnes vers la gauche revient à décaler la virgule de deux rangs vers la droite.

Exemples :

- 3,578 × 100 = 357,8
- 3,7 × 100 = 370
- 21,02 × 100 = 2102

Les quatre exemples illustrant cette règle donnés précédemment sont présentés page suivante dans un tableau de numération.

	partie entière			partie décimale			
	milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes
Multiplier par 100			1	5			
	1	5					
Multiplier par 100				3	5	7	8
		3	5	7	8		
Multiplier par 100				3	7		
		3	7	0			
Multiplier par 100			2	1	0	2	
	2	1	0	2			

Exemple 6

Pour faire un calcul approché avec des nombres décimaux, on fait un calcul approché avec les nombres entiers les plus proches. Pour cela, lorsque le chiffre des dixièmes est inférieur à 5, on arrondit au nombre entier inférieur ; lorsque le chiffre des dixièmes est supérieur à 5, on arrondit au nombre entier supérieur ; lorsque le chiffre des dixièmes est égal à 5, on peut faire l'un ou l'autre choix.

Exemples :

- Pour le calcul approché de 346,31 + 67,9 :
  on peut arrondir à 346 et 68 puis, pour s'approcher de 346 + 68, on peut choisir 350 et 70 ; on trouve alors 420 au lieu de 414 (346,31 + 67,9 = 413,9) ;
- Pour le calcul approché de 43,9 × 6,4 :
  on peut arrondir à 44 et 6 puis pour faire un calcul approché de 44 × 6, on peut choisir 40 et 6. On trouve alors 240 au lieu de 264 (43,9 × 6,4 = 280,96).

Calcul malin

La pratique du calcul mental suppose aussi la mobilisation de procédures qui ont un certain domaine de validité car leur l'efficacité dépend des propriétés des nombres en jeu. Dans cet onglet, on rendra compte à partir de quelques exemples bien choisis des procédures pouvant être mises en œuvre.

L'objectif de ces séances de « calcul malin » n'est pas de faire la liste des procédures possibles mais d'amener les élèves à prendre conscience de la multiplicité de ces procédures et de les exercer à les analyser. Quelle pertinence par rapport aux nombres choisis ? Quelle efficacité (gain de temps, facilité d'exécution, ...) ?

Remarque : De manière générale, les élèves auront le choix de leur procédure, mais l'enseignant pourra leur imposer, à certains moments, de travailler « à la manière de » sous réserve que la méthode imposée soit alors pertinente pour effectuer les calculs demandés.

Exemple 1 : Ajouter 7 à un nombre

Le choix de la procédure dépend du nombre auquel on ajoute 7.

Si par exemple ce nombre est 50 ou 52 :

$50 + 7 = 57$

$$\begin{aligned} 52 + 7 &= 50 + 2 + 7 \\ &= 50 + 9 \\ &= 59 \end{aligned}$$

→ *Utilisation de la connaissance de notre système de numération* (la décomposition canonique des nombres permet d'écrire : $50 + 7 = 57$ et $52 = 50 + 2$; le 1er calcul peut aussi s'appuyer directement sur la numération orale).

Si en revanche ce nombre est 57 :

$$\begin{aligned} 57 + 7 &= 50 + 7 + 7 \\ &= 50 + 14 \\ &= 64 \end{aligned}$$

→ *Appui complémentaire sur la connaissance des doubles.*

Et si ce nombre est 59 ou 56 :

$$\begin{aligned} 59 + 7 &= 59 + 1 + 6 \\ &= 60 + 6 \\ &= 66 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 56 + 7 &= 56 + 4 + 3 \\ &= 60 + 3 \\ &= 63 \end{aligned}$$

→ *Décomposition additive et complément à la dizaine.*

<u>Commentaire</u>

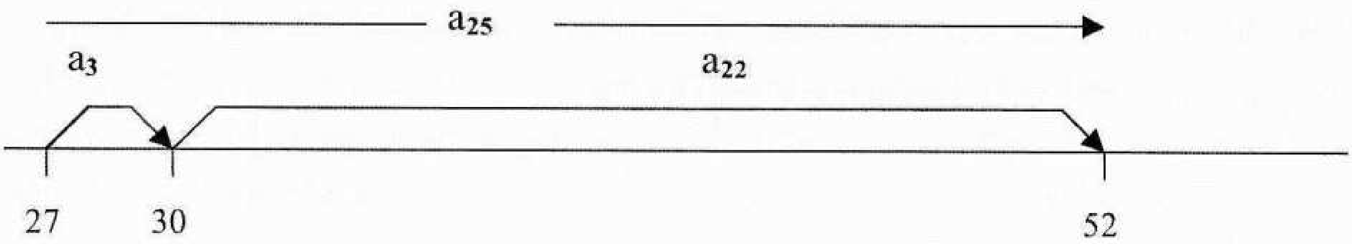
Il conviendra de varier les représentations pour rendre compte des procédures mises en œuvre :

- Visualiser des « petits sauts » sur la droite numérique (voir ci-dessous) ;
- Utiliser du matériel de numération pour repérer les compléments à la dizaine ;
- …

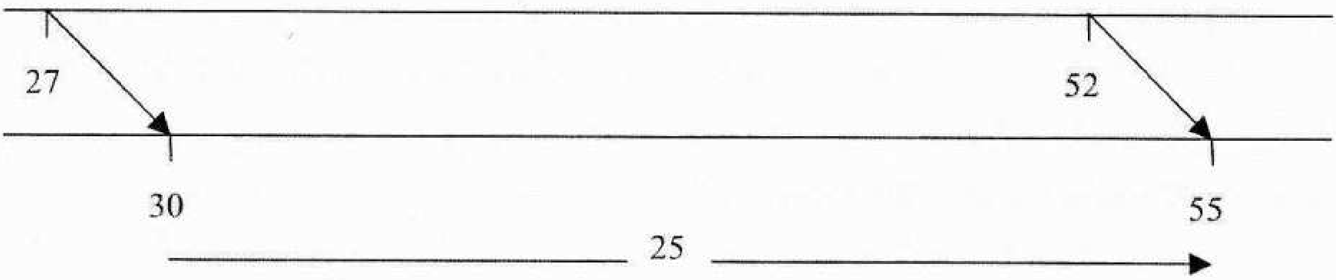
Exemple 2 : Soustraire 27 à 52 en CE1

On pourra illustrer, en utilisant la droite numérique, trois procédures différentes.

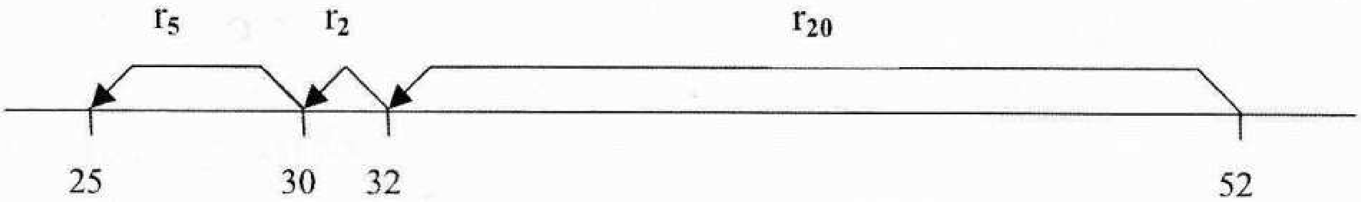
Procédure n°1 : la procédure des « petits sauts »



Procédure n°2 : la procédure par « glissement »[1]



Procédure n°3 : la procédure par « décomposition du nombre à retrancher »



---

[1] L'illustration de cette procédure permet en outre de visualiser la propriété de « conservation des écarts » mobilisée notamment dans l'une des techniques opératoires de la soustraction.

Source : COPIRELEM